Mathématiques - Niveau Seconde

Développements, Factorisations et Identités remarquables

Kalkuler.fr

8 février 2026

Table des matières

1 Développements et factorisations **1**
1.1 Reconnaître une forme développée et une forme factorisée 1
1.1.1 Terme et facteur 1
1.1.2 La forme développée 1
1.1.3 La forme factorisée 2
1.2 Développer ou factoriser une expression 2
1.2.1 Simple distributivité 2
1.2.2 Double distributivité 3

2 Identités remarquables **3**
2.1 Les identités remarquables 3
2.2 Développer en utilisant une identité remarquable 4
2.3 Factoriser avec une identité remarquable (1) 4
2.4 Factoriser avec une identité remarquable (2) 4
2.5 Développer une expression complexe 5

3 Démonstration **5**
3.1 Démonstration de $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 5
3.2 Démonstration de $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 6
3.3 Démonstration de $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 6

1 Développements et factorisations

1.1 Reconnaître une forme développée et une forme factorisée

En algèbre, il est essentiel de savoir reconnaître **la forme développée** et **la forme factorisée** d'une expression.

1.1.1 Terme et facteur

- Un **terme** est une partie d'une expression séparée par les signes $+$ ou $-$.
- Un **facteur** est une partie d'une expression multipliée par une autre.

Pour mieux repérer les termes ou les facteurs, on peut ajouter des **parenthèses** pour mieux visualiser.

Exemples :

- Dans $3x + 6 = (3x) + (6)$, les termes sont $3x$ et 6.
- Dans $3 \times (x + 2) = (3) \times (x + 2)$, les facteurs sont 3 et $(x + 2)$.

1.1.2 La forme développée

Une expression est sous **forme développée** lorsqu'elle est écrite comme une **addition ou une soustraction de termes**.

Exemples :

- $3x + 6$
- $2x^2 - 5x + 1$

1.1.3 La forme factorisée

Une expression est sous **forme factorisée** lorsqu'elle est écrite comme un **produit de facteurs**.

Exemples :

- $3 \times (x + 2)$
- $(2x - 1) \times (x + 4)$

1.2 Développer ou factoriser une expression

Définition :
Développer une expression consiste à transformer un produit en somme.
Factoriser une expression consiste à transformer une somme en un produit.

Développer

$$\xrightarrow{\qquad\qquad\qquad}$$

$$x \times (5 - 2y) = 5x - 2xy$$

$$\xleftarrow{\qquad\qquad\qquad}$$

Factoriser

1.2.1 Simple distributivité

$$k \times (a+b) \xrightarrow{\text{Développer}} ka + kb$$

$$k \times (a+b) = ka + kb$$

$$ka + kb \xrightarrow{\text{Factoriser}} k \times (a+b)$$

Exemples développement :

$$2 \times (x+5) = 2 \times x + 2 \times 5 = 2x + 10$$

$$-3 \times (2x-4) = (-3) \times (2x + (-4)) = -3 \times 2x + (-3) \times (-4) = -6x + 12$$

Exemples factorisations :

$$4x + 8 = 4 \times x + 4 \times 2 = 4(x+2)$$

$$3x^2 - 6x = 3x \times x - 3x \times 2 = 3x(x-2)$$

1.2.2 Double distributivité

$$(a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple développement :

$$(x+2) \times (x-3) = (x+2) \times (x + (-3)) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

2 Identités remarquables

Factoriser et ou développer est généralement chronophage. Afin de gagner du temps, on va définir ce que l'on appelle des identités remarquables.

2.1 Les identités remarquables

À connaître par coeur :

$$\xrightarrow{\textbf{Développer}}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\xleftarrow[\textbf{Factoriser}]{}$$

2.2 Développer en utilisant une identité remarquable

Exemples :

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

2.3 Factoriser avec une identité remarquable (1)

Reconnaître une identité remarquable :

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

Donc :

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

2.4 Factoriser avec une identité remarquable (2)

Exemple :

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2$$

On reconnaît une différence de deux carrés :

$$x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$$

2.5 Développer une expression complexe

Exemple :

$$2(x+3)^2 - (x-1)(x+1)$$

On développe chaque partie indépendamment :

$$2(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 1)$$

$$= 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 1$$
$$= x^2 + 12x + 19$$

3 Démonstration

Dans cette section, nous démontrons les trois identités remarquables.

3.1 Démonstration de $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

On applique la double distributivité :

$$= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Conclusion : On a bien démontré que :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$\square$

3.2 Démonstration de $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = (a+(-b))(a+(-b))$$

On applique la double distributivité :

$$= a \times a + a \times (-b) + (-b) \times a + (-b) \times (-b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Conclusion : On a bien démontré que :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$\square$

3.3 Démonstration de $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b)(a-b) = (a+b)(a+(-b))$$

On applique la double distributivité :

$$= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b)$$

$$= a^2 - ab + ab - b^2$$
$$= a^2 - b^2$$

Conclusion : On a bien démontré que :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$\square$

La conclusion de cette histoire est que les identités remarquables ne servent que à aller plus vite. Il est donc essentiel de les retenir.