Mathématiques - Niveau Seconde
Fractions, Puissances et Racines carrées

Kalkuler.fr

8 février 2026

Table des matières

1 Fractions

1.1 Effectuer des calculs de fractions

Addition et soustraction :
Règle : Pour additionner ou soustraire des fractions, elles doivent avoir le même dénominateur.

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}}$$

Exemple :

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{2+5}{6} = \frac{7}{6} \quad \text{et} \quad \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2-5}{6} = \frac{-3}{6}$$

Multiplication :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Exemple :

$$\frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Division :
Règle : Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$\boxed{\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Exemple :

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15} \quad \text{et} \quad \frac{2}{6} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{6} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{6 \times 3} = \frac{10}{18}$$

1.2 Modifier une fraction en conservant sa proportionnalité

Remarque : Mutiplier une expression par 1 ne change rien.

$$\frac{13}{15} = \frac{13}{15} \times 1 = \frac{13}{15} \times \frac{2}{2} = \frac{13 \times 2}{15 \times 2} = \frac{26}{30}$$

Ainsi une fraction conserve sa valeur si on multiplie le dénominateur et le numérateur par le même nombre.

On remarquera aussi qu'on peut aller dans l'autre sens :

$$\frac{26}{30} = \frac{13 \times 2}{15 \times 2} = \frac{13}{15} \times \frac{2}{2} = \frac{13}{15} \times 1 = \frac{13}{15}$$

On obtient alors des nombres plus petit au numérateur et au dénominateur. Généralement on barre ses coefficients.

$$\frac{26}{30} = \frac{13 \times \cancel{2}}{15 \times \cancel{2}} = \frac{13}{15}$$

Définition : On dit qu'un fraction est irréductible si on l'écrit avec le plus petit numérateur et dénominateur possible.

1.3 Réduire des fractions au même dénominateur

Comme on l'a dit précédemment, pour additionner ou soustraire deux fraction, on doit les mettre sur le même dénominateur. L'objectif est donc de trouver un dénominateur commun, puis de transformer chaque fraction individuellement.

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} \pm \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{a \times d \pm c \times b}{b \times d}}$$

Exemple :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

2 Puissances

2.1 Définition

Soient a et m deux réels.

On note : $a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ fois}}$

Exemples :

$$2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} = 8$$

$$5^4 = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{4 \text{ fois}} = 625$$

2.2 Appliquer les formules sur les puissances

Formules à connaître :

- $a^0 = 1$
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ avec $a \neq 0$
- $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$ avec $a \neq 0$
- $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

2.3 Effectuer des calculs de puissances

Exemples :

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$
$$\frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4$$
$$(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$$

2.4 Calculs de puissances et écriture scientifique

Définition : Un nombre est écrit en écriture scientifique sous la forme :

$$a \times 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leq a < 10$$

Exemple :

$$45\,000 = 4{,}5 \times 10\,000 = 4{,}5 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 4{,}5 \times 10^4$$

2.5 Calculs avec des puissances de 10

Exemples :

$$10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8$$
$$\frac{10^6}{10^2} = 10^{6-2} = 10^4$$
$$(10^2)^3 = 10^{2\times3} = 10^6$$

3 Racines carrées

3.1 Définition

La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a.

Exemple :

$$3 \times 3 = 9 \quad \text{donc,} \quad \sqrt{9} = 3$$

Exemple de racines de carrés parfaits :

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{169} = 13$	$\sqrt{196} = 14$

3.2 Formules sur les racines carrées

Formules à connaître :
Soient a et b deux nombre positifs.

- $\sqrt{a}^2 = a$
- $\sqrt{a^2} = a$
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3.3 Extraire un carré parfait d'une racine carrée

Exemple :

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

3.4 Développer une expression contenant des racines carrées

Exemple :

$$(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$$

On applique l'identité remarquable :

$$= \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2$$

$$= 3 + 2\sqrt{3\times 5} + 5$$

$$= 8 + 2\sqrt{15}$$

4 Démonstrations au programme

4.1 Démonstration de $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Soient a et b deux réels positifs.
On a :

$$(\sqrt{a}\times\sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 \times \sqrt{b}^2 = a\times b$$

Et :

$$(\sqrt{a\times b})^2 = a\times b$$

Donc :

$$(\sqrt{a}\times\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a\times b})^2$$

Donc :

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$$

4.2 Inégalité : $\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

Soient a et b deux réels positifs.
On a :

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

Et :

$$\sqrt{a+b}^2 = a+b$$

Comme $2\sqrt{ab} > 0$, on obtient :

$$a + 2\sqrt{ab} + b > a + b$$

Donc :

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

Donc :

$$\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$